

[第 27 讲]

量子态 *Teleportation*

——首次实验、评论、四代 *Teleportation*

I, *Quantum-Teleportation*——量子态的超空间传送——第一代量子态超空间传送

- 1, 实验前状况
- 2, 实验任务
- 3, 原则性操作
- 4, 具体操作
- 5, 几点分析

II, 对首次实验的 *Comment* 与改进

- 1, *Braunstein* 和 *Kimble* 的 *Comment*
- 2, *Innsbruck* 小组的 *Reply*, 后来改进的“自由飞行 *qubit*”

III, *Quantum-Swapping*——量子纠缠的超空间制造——第二代量子态超空间传送

- 1, 理论方案
- 2, 实验进行

IV, *Open-Destination Teleportation*——非定域存储的超空间传送——

第三代量子态超空间传送

- 1, 理论方案
- 2, 实验进行

V, *Two-Qubit Composite System Teleportation*——复合体系量子态的

超空间传送——第四代量子态超空间传送

VI, 量子态超空间传送的普遍理论方案

VII, 量子态超空间传送的奇异性质

※

※

※

I, *Quantum Teleportation*方案¹ ——量子态的超空间传送

——第一代量子态超空间传送

1, 实验前状况

甲乙分开两地。甲有粒子1、2；乙有粒子3。粒子1处于信息态：

$$|\varphi\rangle_1 = \alpha|0\rangle_1 + \beta|1\rangle_1$$

其中 α, β 为两个任意的、未知的复系数 ($|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$) ——需要传送

的信息。粒子2与粒子3构成Bell基，是一个完全纠缠态。正是它予

先构建了在甲——乙之间的“量子通道” (*Quantum-channel*) :

$$|\psi^-\rangle_{23} = (|0\rangle_2|1\rangle_3 - |1\rangle_2|0\rangle_3) / \sqrt{2}$$

于是，这三个粒子所组成的体系的总状态为

$$|\psi\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \alpha (|0\rangle_1|0\rangle_2|1\rangle_3 - |0\rangle_1|1\rangle_2|0\rangle_3) + \beta (|1\rangle_1|0\rangle_2|1\rangle_3 - |1\rangle_1|1\rangle_2|0\rangle_3) \right\}$$

考虑到粒子1和2的四个Bell基为

$$|\psi^\pm\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_1|1\rangle_2 \pm |1\rangle_1|0\rangle_2), \quad |\varphi^\pm\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_1|0\rangle_2 \pm |1\rangle_1|1\rangle_2)$$

现在用它们对粒子1和粒子2的状态 $|\psi\rangle_{123}$ 进行展开，预先将其表示为

如下的等价形式

¹ 六人方案：C.H.Bennett, G.Brassard, C.Crepeau, R.Jozsa, A.Peres, and W.Wootters, *Teleporting an unknown quantum state via dual classical and EPR channels*, PRL, 70(1993)1895。

$$|\psi\rangle_{123} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\psi^-\rangle_{12} (-\alpha|0\rangle_3 - \beta|1\rangle_3) + |\psi^+\rangle_{12} (-\alpha|0\rangle_3 + \beta|1\rangle_3) \right] \\ + \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\varphi^-\rangle_{12} (\alpha|1\rangle_3 + \beta|0\rangle_3) + |\varphi^+\rangle_{12} (\alpha|1\rangle_3 - \beta|0\rangle_3) \right]$$

此式中含粒子 3 状态的系数是用 $\langle\psi^\pm|, \langle\varphi^\pm|$ 表达式向 $|\psi\rangle_{123}$ 表达式做内积求得。

2, 实验任务

甲将手中粒子1的 $|\varphi\rangle_1$ 信息态 (实际即复系数 α, β) 传送给乙手中的粒子3, 使之成为 $|\varphi\rangle_3$ 。于是, 作为信息的系数 α, β 便从粒子1传送给粒子3。

3, 原则性操作

- i, 甲对粒子1和2作Bell基测量 (相应一组力学量测量)
- ii, 甲用经典办法广播所得的测量结果;
- iii, 乙根据甲广播决定对粒子3应作的么正变换, 实现

$$|\varphi\rangle_1 \Rightarrow |\varphi\rangle_3$$

4, 具体操作

i, 若甲宣布测得 $|\psi^-\rangle_{12}$ ($|\psi\rangle_{123}$ 塌缩到展开式第一项), 与此相应, 乙手上粒子3的态将相应塌缩成 $|\varphi\rangle_3 = \alpha|0\rangle_3 + \beta|1\rangle_3$, 乙不必作任何操作即可获得 (甲手上粒子1原先所处的) 信息态。

ii, 若甲宣布测得 $|\psi^+\rangle_{12}$ ($|\psi\rangle_{123}$ 塌缩到展开式第二项), 粒子3态为 $|\varphi\rangle_3 = -\alpha|0\rangle_3 + \beta|1\rangle_3$, 乙只要对粒子3施以 σ_z 变换即得信息态,

$$\sigma_z (-\alpha|0\rangle_3 + \beta|1\rangle_3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ -\alpha \end{pmatrix} = \alpha|0\rangle_3 + \beta|1\rangle_3$$

iii, 若甲测得 $|\varphi^-\rangle_{12}$ 即 $|\psi\rangle_{123}$ 塌缩到展开式第三项), 粒子3

态 $|\varphi\rangle_3 = \alpha|1\rangle_3 + \beta|0\rangle_3$ ，这时乙对粒子3施以 σ_x 变换即得信息态

$$\sigma_x(\alpha|1\rangle_3 + \beta|0\rangle_3) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha|0\rangle_3 + \beta|1\rangle_3$$

iv, 若甲测得 $|\varphi^+\rangle_{12}$ ($|\psi\rangle_{123}$ 塌缩到展开式第四项)，粒子3态为 $|\varphi\rangle_3 = (\alpha|1\rangle_3 - \beta|0\rangle_3)$ ，这时乙对粒子3施以 σ_y 变换即得信息态，

$$\sigma_y(\alpha|1\rangle_3 - \beta|0\rangle_3) = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ -\beta \end{pmatrix} = i(\alpha|0\rangle_3 + \beta|1\rangle_3)$$

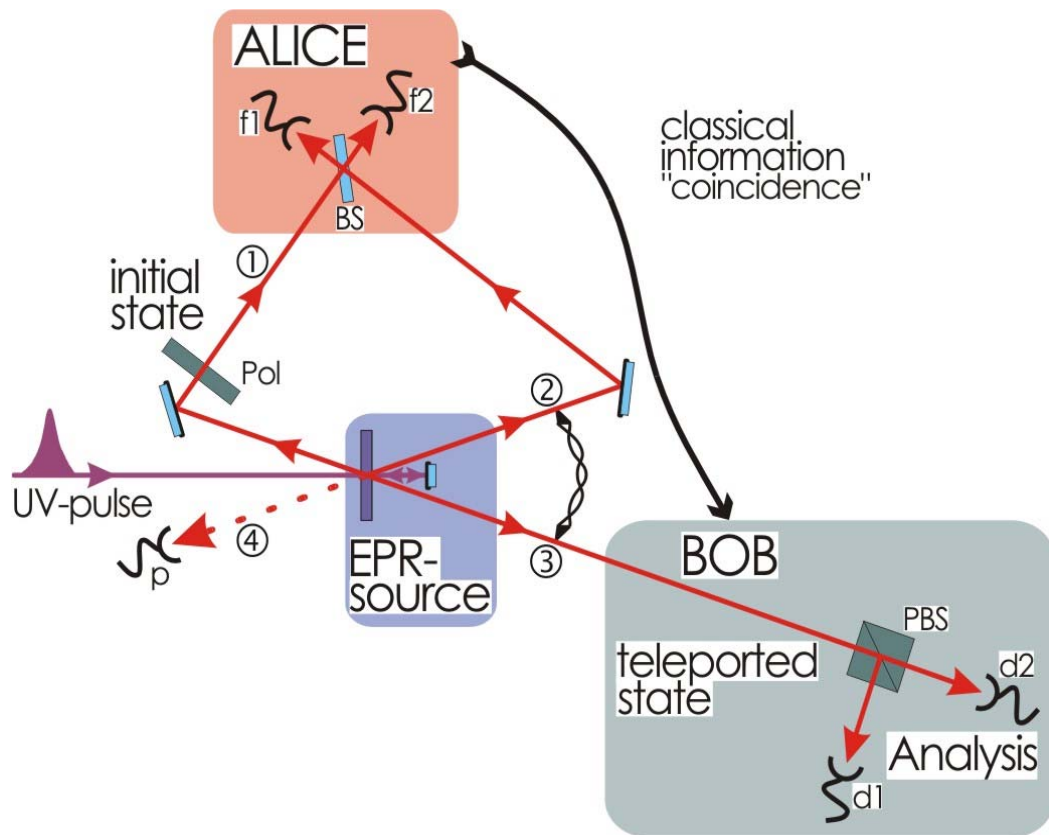


图 27.1

Anton Zeilinger小组(University of Innsbruck, Austria)于1997年9月首次实验成功，并于同年12月初在Nature上发表²。

1999年在Nature增刊“A Celebration of Physics”上，这篇工作被

² D. Bouwmeester, J.W.Pan, M. Daniell, H. Weinfurter and Zeilinger, Nature, 390(1997)575. 并收入《A Celebration of Physics》，Nature 增刊，2000。另外，Nielsen 和 Chuang 书《Quantum Computation and Quantum Information》p.59 有较详细实验文献介绍。

Nature列举为创刊百年以来物理学里程碑性的21篇经典文献中最近的一篇工作。



图27.3

5, 几点分析

i, 半透片有两个不同极化光子入射。两个光子的输入态为

$$|\psi_i\rangle_{12} = |\leftrightarrow\rangle_1 \cdot |a\rangle_1 \otimes |\updownarrow\rangle_2 \cdot |b\rangle_2$$

水平和垂直箭头分别表示光子两种极化方向，

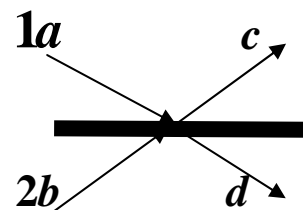


图 27.2

两种极化状态彼此正交。经分束器之后，反射束应附加 $\frac{\pi}{2}$ 位相跃变而透射束则无位相跃变³。同时，分束器不改变入射光子的极化状态，所以出射态应为

$$|\psi_f\rangle_{12} = |\leftrightarrow\rangle_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(i|c\rangle_1 + |d\rangle_1) \otimes |\uparrow\rangle_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(|c\rangle_2 + i|d\rangle_2)$$

假如两个光子大体同时到达分束器，则出射态中两光子空间模有重叠，必须考虑全同性原理的交换干涉。相当于两个电子同时到达的杨氏双缝实验。只是此处出射态需要的是对称化。所以正确出射态应为

$$\begin{aligned} |\psi_f\rangle_{[12]} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_f\rangle_{12} + |\psi_f\rangle_{21}) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ i|\psi^+\rangle_{12} \cdot (|c\rangle_1|c\rangle_2 + |d\rangle_1|d\rangle_2) + |\psi^-\rangle_{12} \cdot (|d\rangle_1|c\rangle_2 - |c\rangle_1|d\rangle_2) \right\} \end{aligned}$$

这里 $|\psi^\pm\rangle$ 是四个（正交归一）Bell 基中的两个：

$$|\psi^\pm\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ |\uparrow\rangle_1|\leftrightarrow\rangle_2 \pm |\leftrightarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2 \right\}$$

如果入射极化态为一般的 $|\bar{e}\rangle_1, |\bar{e}'\rangle_2$ ，对称化出射态结果只需相应替换。

显然，对此实验采用极化测量或者符合测量两种不同的测量，由于测量方案不同，所得最后结果不同（详见第 6 讲）。

极化分束器 (PBS)。由于常用的作为分束器的半透片，其透射/反射强度比值 1/2 通常是对中心波长而言的，由于片的透射宽度较宽，对于不是中心波长的光入射，这一比值可能偏离 1/2。这是使用它不方便的原因之一。现在常用的是极化分束器 (PBS)。它让水平

³ 此位相约定与介质表面通常的 π 位相跳变不矛盾。详见本书第 5 讲 I.1 节。

极化入射光子几乎全部透过，而让垂直极化入射光子几乎全部反射。若是斜的极化入射，则将其分解之后，对分解后的分量实行透射或反射。这完全是选择性的透射和反射。同半透片一样，反射后的分量有一个 $\pi/2$ 位相跃变。

ii, 图27.1实验原理简单介绍：紫外激光脉冲入射，经BBO晶体产生1-4纠缠光子对，透过后反回入射又产生2-3纠缠光子对。Alice用分束器BS所做的Bell基测量 (f_1 、 f_2)，详细见文献⁴（或见第28讲（28.21-24）式）。简单地说，探测光子4是为了检测光子1存在， f_1 、 f_2 符合计数选择了探测展开式中反对称项 $|\psi^-\rangle_{12}$ ，和p探测器符合有检测光子3存在的主观用意。Bob的PBS测量(d_1 、 d_2 探测器)用于检验光子3是否处于光子1初态。

iii, 实验需要预先建立远程的量子纠缠（即予先要建起“量子通道”）。实验主要操作是Bell基测量：Hadamard 门加CNOT操作。实验主要困难是提高(f_1 、 f_2 、p三个探测器)三重符合计数。

iv, 此过程不违背非克隆定理。甲手中粒子1在测量后已不处于原来状态。过程只是信息态转移（1#态 \longrightarrow 3#态），不是信息态复制。

v, 此过程不存在信息的瞬间传递。乙必须等候收听甲测量的结果。所以没有违背狭义相对论原理。过程中信息分为两部分：量子信息（瞬时的超空间的转移）和经典信息（不大于光速）。最终信息传递速度不大于光速。

⁴ 张永德，《量子力学（第2版）》，北京：科学出版社，2010年。P.181 习题18。

注意，乙在收听之前，甚至不知道甲做了测量与否，更谈不上知道甲的测量结果（以及自己手中粒子的状态）如何。

vi, 可以普遍证明：从经典物理学，或量子统计平均来说，任何过程中任何物理信息都不能以超光速传递。但由于微观粒子具有波动性，体现为 QT 空间非定域性的量子涨落过程除外。

II, 对首次实验的*Comment*与改进

1, *Braunstein*和*Kimble*的评论⁵

1998年8月这个实验受到批评，说它是“*a priori*” *teleportation* !
因为产生光子对的波包振幅展开实际是 ($A_1 \propto \sqrt{p}; A_2 \propto p; p \ll 1$)

$$A_0 |0\rangle_{14} + A_1 |\psi^-\rangle_{14} + A_2 |\chi\rangle_{14} + \dots$$

这个展开式表明：激光穿过 *BBO* 晶体时，产生一对光子的概率是第二项 $|A_1|^2 \approx p$ 量级，而同时产生两对光子的概率则是第三项 $|A_2|^2 \approx p^2$ 量级。问题是现在实验方案采用了穿过去，经反射镜反射回来再穿过的两次穿过 *BBO* 晶体，并产生两对光子。这个过程的概率也是 p^2 量级。它与一次穿过 *BBO* 晶体按第三项同时产生两对光子概率量级相同。于是，实验没有考虑存在一个同量级的竞争的寄生过程。这时实验会以相等概率发生：

i, 左边 (1, 4) 同时产生两对光子，所以4-1-2能出现三重符合计数；

ii, 与此同时，右边 (2, 3) 对光子根本没有产生。因此，

⁵ *Comment: S.L.Braunstein and H.J.Kimble, Nature, 394(1998)840, and Reply: Nature, 394(1998)841*

现有的三重符合计数并不能保有光子3出现 (作teleportation)。若要知道有无, 需要对3作实测, 而这就破坏了光子3的teleported状态。

这个评论暴露了实验方案的严重缺陷, 显著降低了这个著名实验的重大科学和技术意义。

2, Innsbruck 小组的答复, 后来“自由传播 teleported qubits”

i, Innsbruck小组的答复: 见*Nature*, 394(1998)841。

ii, 迟到2003年, 才出现改进的自由传播的teleported qubits⁶: “*In our previous teleportation experiment, the teleported qubit had to be detected (and thus destroyed) to verify the success of the procedure. Here we report a teleportation experiment that results in freely propagating individual qubits.*” 这里“freely propagating individual qubit”指飞行光子3处在:

$$|\bar{e}\rangle_3 = \alpha|H\rangle_3 + \beta|V\rangle_3$$

iii, 添加衰减片 γ 的作用是: 降低虚假三重符合计数。于是, 无teleported qubit 输出的虚假的三重符合计数与有teleported qubit输出的虚假的三重符合计数的比值为

$$\frac{(\gamma p)^2}{\gamma p^2} = \gamma \ll 1$$

实验方案的原理图如 27.4 所示。

⁶ J.W.Pan, et al., *Nature*, 421(2003)721。

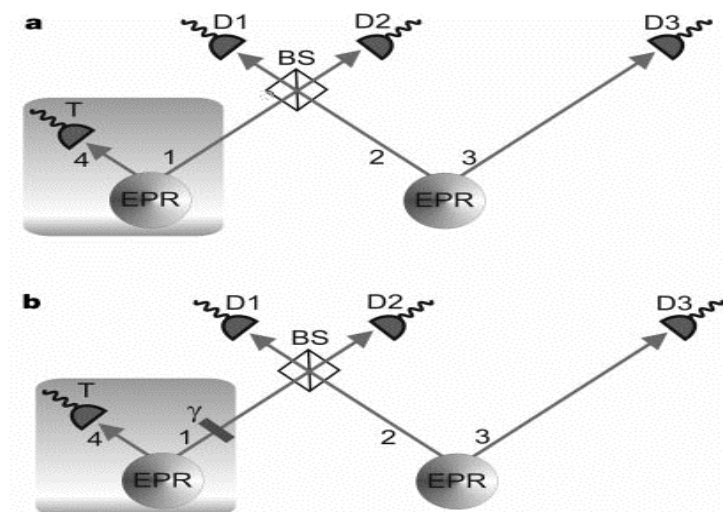


图 27.4

其中, a 图为以前 *teleportation*, b 图为现在添加衰减片的 *teleportation*。但这样一来, 实验效率因加入衰减片 γ 而显著减低, 实验难度加大。

III, *Quantum Swapping*——量子纠缠的超空间制造——第二代量子态超空间传送

1998年, **量子交换实验**——量子纠缠的超空间传送实验也首次实现⁷。由于任意态只有两类主要特征：“**叠加系数**”和“**纠缠模式**”。这两个实验的完成表明：任意量子态的超空间传送原理上可以实现。

1, **理论方案**。设实验前1#、2#光子处于纠缠态 $|\psi^- \rangle_{12}$ ；3#、4#光子处于另一纠缠态 $|\psi^- \rangle_{34}$ 。此时两对光子之间并无任何纠缠。其中2#光子和3#光子在Alice手中，1#和4#光子在Bob手中。这样，在Alice和Bob之间已有两条量子通道：1—2以及3—4之间的最大量子纠缠态。整个系统处于初态：

$$|\Psi\rangle_{1234} = \frac{1}{2} \{ |H\rangle_1 |V\rangle_2 - |V\rangle_1 |H\rangle_2 \} \otimes \{ |H\rangle_3 |V\rangle_4 - |V\rangle_3 |H\rangle_4 \}$$

⁷ J.W.Pan, D. Bouwmeester, H. Weinfurter and A. Zeilinger, *PRL*, 80 (1998) 3891.

实验开始, *Alice* 对手中 2#、3# 光子作 *Bell* 测量, 产生相应纠缠分解和塌缩。相当于用 4 个 *Bell* 基对上述态重新作等价分解:

$$|\Psi\rangle_{1234} = \frac{1}{2} \left\{ |\psi^+\rangle_{14} |\psi^+\rangle_{23} - |\psi^-\rangle_{14} |\psi^-\rangle_{23} - |\phi^+\rangle_{14} |\phi^+\rangle_{23} + |\phi^-\rangle_{14} |\phi^-\rangle_{23} \right\}$$

经 *Alice* 作上述测量后, 这个态将等概率随机地塌缩到四项中的任一项。比如, 在某单次测量中, *Alice* 测得结果为第一项 $|\psi^+\rangle_{23}$, 接着她用经典通讯告诉 *Bob*, *Bob* 就知道自己手中 1# 和 4# 两光子不但已经通过关联塌缩而纠缠起来, 并已处在 $|\psi^+\rangle_{14}$ 态上。

注意这时 1# 和 4# 光子之间没有直接相互作用, 而是当 *Alice* 对 2# 和 3# 光子作 *Bell* 测量时, 通过 2# 和 3# 纠缠, 以间接方式纠缠起来的。

2, 实验过程

实验装置如图 27.5 所示。

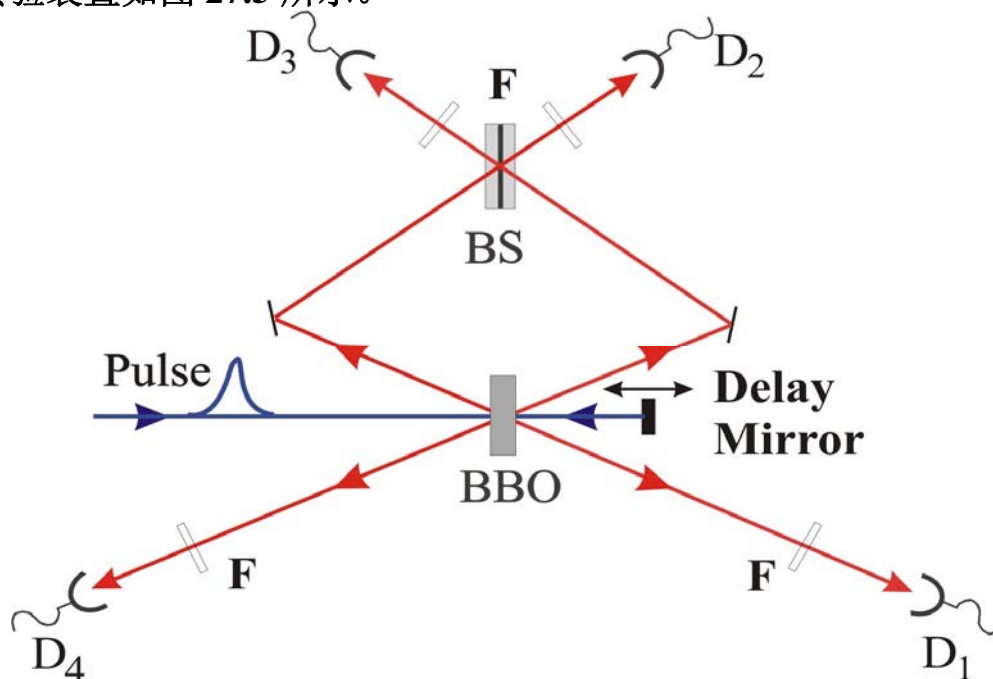


图 27.5

IV, *Open-Destination Teleportation*——非定域存储的超空间

传送——第三代量子态超空间传送⁸

1, **理论方案**。设光子1#处于未知的信息态

$$|\psi\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|H\rangle_1 + \beta|V\rangle_1)$$

而光子2#、3#、4#、5# 则事先制备在4光子的GHZ态上,

$$|\phi\rangle_{2345} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|H\rangle_2|H\rangle_3|H\rangle_4|H\rangle_5 + |V\rangle_2|V\rangle_3|V\rangle_4|V\rangle_5\}$$

然后对光子1#和2#作Bell基测量, 这意味着先对此态作分解

$$\begin{aligned} |\Phi\rangle_{12345} = |\psi\rangle_1 |\Phi\rangle_{2345} &= \frac{1}{2}\{|\phi^+\rangle_{12}[\alpha|H\rangle_3|H\rangle_4|H\rangle_5 + \beta|V\rangle_3|V\rangle_4|V\rangle_5] \\ &+ |\phi^-\rangle_{12}[\alpha|H\rangle_3|H\rangle_4|H\rangle_5 - \beta|V\rangle_3|V\rangle_4|V\rangle_5] \\ &+ |\psi^+\rangle_{12}[\alpha|V\rangle_3|V\rangle_4|V\rangle_5 + \beta|H\rangle_3|H\rangle_4|H\rangle_5] \\ &+ |\psi^-\rangle_{12}[\alpha|V\rangle_3|V\rangle_4|V\rangle_5 - \beta|H\rangle_3|H\rangle_4|H\rangle_5]\} \end{aligned}$$

接着类似于Teleportation实验做法, 根据Alice对光子1#和2#的Bell测量结果, Bob (1个人或3个人) 可设计(与信息态 $|\psi\rangle_1$ 无关的)局域幺正操作, 将光子3#、4#、5# 转换成

$$|\Psi\rangle_{345} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\alpha|H\rangle_3|H\rangle_4|H\rangle_5 + \beta|V\rangle_3|V\rangle_4|V\rangle_5\}$$

完成开放目标的Teleportation:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\alpha|H\rangle_1 + \beta|V\rangle_1\} &\rightarrow \\ |\Psi\rangle_{345} = \frac{1}{\sqrt{2}}\{\alpha|H\rangle_3|H\rangle_4|H\rangle_5 + \beta|V\rangle_3|V\rangle_4|V\rangle_5\} & \end{aligned}$$

注意这时信息 α, β 同时荷载在三个光子(3、4、5)上, 于是将由三个地方的三个人所共同掌握。这就是信息的“非定域存储”。

⁸ Z.Zhao, et. al.,: *Experimental demonstration of five-photon entanglement and open-destination teleportation*, *Nature*, 430, July, 2004.

2, **实验进行**。首先要制备4光子（第2、3、4、5）的GHZ态。

为此先从两对光子对2-3、4-5开始，它们分别处于

$$\begin{cases} |\psi^\pm\rangle_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_i|V\rangle_j \pm |V\rangle_i|H\rangle_j) \\ |\phi^\pm\rangle_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_i|H\rangle_j \pm |V\rangle_i|V\rangle_j) \end{cases}$$

这里*i, j*标志光子的空间模。接着将3# 和4# 光子在一个极化分束器（PBS）上交叠。就可以得到上面4光子GHZ态⁹。

显然，态 $|\Psi\rangle_{345}$ 是带有冗余位的信息码，也正可以用于量子纠错。

V, Two-Qubit Composite System Teleportation——复合体系量子态的超空间传送——第四代量子态超空间传送¹⁰

现在，发送方 Alice、接受方 Bob。A 要送的是：

$$|\chi\rangle_{12} = \alpha|H\rangle_1|H\rangle_2 + \beta|H\rangle_1|V\rangle_2 + \gamma|V\rangle_1|H\rangle_2 + \delta|V\rangle_1|V\rangle_2$$

这里系数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 均是需要送出的信息。

事先，A 和 B 已共享两对纠缠光子对：

$$\begin{cases} |\phi^+\rangle_{35} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_3|H\rangle_5 + |H\rangle_5|H\rangle_3) \\ |\phi^+\rangle_{46} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle_4|H\rangle_6 + |H\rangle_6|H\rangle_4) \end{cases}$$

A 和 B 联合进行适当操作，B 即可获得发送态。“实现两粒子复合系统量子态的隐形传输”荣获 2006 年度国内十大科技进展。

VI, 量子态超空间传送的普遍理论方案¹¹

1, 混态演化与超算符映射

⁹ J.-W.Pan, et. al., PRL, 86, 4435(2001)。

¹⁰ Qian Zhang, etal., J.-W.Pan, Experimental quantum teleportation of a two-qubit composite system, Nature, Sept. 17, 2006(Nature Physics, vol.2, Oct.)。

¹¹ 详见：张永德，《量子信息物理原理》，北京：科学出版社，2006 年。§9.5。

既然混态是密度矩阵、是算符，那么混态到混态的映射当然可以称为超算符 \mathcal{S} 。只要 \mathcal{S} 满足“完全正的”的条件，按Kraus定理， \mathcal{S} 肯定能够用量子跃变算符序列 $\{L_\mu\}$ 表示成为“Kraus求和表示”：

$$\rho'_A = \mathcal{S}[\rho_A] = \sum_{\mu} L_{\mu} \rho_A L_{\mu}^{\dagger}$$

这是量子态变化的普遍描述，当然也可以用来描述Teleportation过程。

2, 超空间传送过程表达。这是一个密度矩阵映射的超算符作用过程。现用此方法来表达

$$\mathcal{S}[|\psi\rangle_{2323} \langle\psi| \otimes |\phi\rangle_{11} \langle\phi|] = |\phi\rangle_{33} \langle\phi| \otimes \frac{I_{12}}{4}$$

此时核心问题是去寻找这些量子跃变算符序列 $\{L_{\mu}\}$ ，使得可以把给定的超空间传送用Kraus求和来表示：

$$\sum_{\mu} L_{\mu} [|\psi\rangle_{2323} \langle\psi| \otimes |\phi\rangle_{11} \langle\phi|] L_{\mu}^{\dagger} = |\phi\rangle_{33} \langle\phi| \frac{I_{12}}{4}$$

解答：设

$$|\phi\rangle_1 = \alpha|0\rangle_1 + \beta|1\rangle_1$$

不失一般性，设2、3粒子处在下述最大纠缠态上

$$|\psi^{-}\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_2|1\rangle_3 - |1\rangle_2|0\rangle_3)$$

则 $|\phi\rangle_1|\psi^{-}\rangle_{23}$ ，按照 $|\Phi_{\mu}\rangle_{12}$ 展开有

$$|\phi\rangle_1|\psi^{-}\rangle_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\mu} |\Phi_{\mu}\rangle_{12} u_{\mu} |\phi\rangle_3$$

其中

$$\begin{cases} |\Phi_0\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|1\rangle_2 - |1\rangle_1|0\rangle_2), & u_0 = -1 \\ |\Phi_1\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|0\rangle_2 - |1\rangle_1|1\rangle_2), & u_1 = \sigma_1 \\ |\Phi_2\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|0\rangle_2 + |1\rangle_1|1\rangle_2), & u_2 = i\sigma_2 \\ |\Phi_3\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|1\rangle_2 + |1\rangle_1|0\rangle_2), & u_3 = \sigma_3 \end{cases}$$

于是，定义 $L_\mu = u_\mu^+ \otimes |\Phi_\mu\rangle_{1212} \langle \Phi_\mu|$ ，即得所要的展式。

当然可以不用 $|\psi^-\rangle_{23}$ ，而用其它最大纠缠态建立量子通道，那样相应的 u_μ 将有所变化。

3, 这里的 *Teleportation* 方案可以从理论上推广。对于 n 个粒子，每个粒子有 s 个能级情况，以及受控的 *Teleportation* 方案均有拟定¹²。

该文指出：**有限维量子系统的量子态进行普遍形式超空间传送的充要条件是：**

传接双方事先建立的量子通道是最大纠缠态，传送者进行测量所塌缩的联合基也是最大纠缠态。而塌缩至哪个联合基是等概率的。

VII, 量子态超空间传送的奇异性质

1, 不考虑信息中经典部分的传递，单就信息中量子部分的传送——量子态的关联塌缩而言，上述两个实验，无论传送的是复系数，还是纠缠模式，都有以下三个共同特征：**传送是瞬间实现的；传送时无需预先知道对方在哪里；传送过程不会为任何障碍所阻隔。**根据这三点，有理由说¹³：**量子态的传送是含有某种“超空间”性质的物理现象。**

¹² J.D.Zhou, and Y.D.Zhang, *PRA*, 64(2001)2301. 周锦东硕士论文《量子态超空间传送方案的的理论研究》，中国科学技术大学，2000年6月。

¹³ 张永德，《量子信息物理原理》，北京：科学出版社，2006年。

2, 最近已有实验表明: 量子态的塌缩速度大于 10^7c ¹⁴, 而且不涉及多重同时性的问题¹⁵。但由于毕竟涉及不同空间点上物理态的“同时变化”的事实, 导致出现“量子理论与相对论性定域因果律究竟是否协调”的问题 (详见第26讲)。

¹⁴ H. Zbinden, J. Brendel, N. Gisin, and W. Tittel, *PRA*, 63 (2001) 022111。

¹⁵ A. Stefanov, H. Zbinden, N. Gisin, and A. Suarez, *PRL*, 88(2002)120404。