[高等量子理论专题系列讲座]

[第 9 讲]

现有的量子理论是线性的?!

——这是一个很大的误解!

※ ※ ※

I, 前 言

非相对论量子力学、相对论量子力学、量子散射、量子统计、相对论量子场论,以及这些理论在凝聚态物理、原子分子物理、核与粒子物理、材料科学、信息科学、化学与生物学的各类应用,全部有关

量子理论的内容构成一个和谐统一、广博浩瀚的宫殿群落。本文约定，统称这个宏伟壮观的量子逻辑大家族为“**量子理论(*QT*)**”，有别于量子理论的某个分枝，更不是 ***Bohr*** 的初等量子论。

本质上，现有的 *QT* 是“线性理论？还是非线性理论？”的争论，不同意见尖锐对立，情况十分混乱。下面先简述争论现状，然后给以详细剖析。

II，通常 *Schrodinger* 方程给人的错觉！

***Schrodinger* 方程的线性形式加上量子态叠加原理，这两点结合起来，使许多人误以为 *QM* 甚至整个 *QT* 都是线性的。他们以为，至少就 *QM* 而言，无论怎样处理相互作用，肯定是线性的**。

这一类“认为是线性”的误解又区分为两种截然不同的观点：

第一种观点认为：*QM* 的线性性质是永恒的。*QM* 本来就是、而且永远是线性理论，绝对否定非线性量子力学。持这种观点的人认为，尽管没有先验的理由认为 ***QM*** 本就应当是线性的，但 ***QM*** 确实是线性的，***QM*** 的广泛成功说明其线性性质的正确性。并认为，建立非线性 ***QM*** 的工作不但“还远远没有获得成功”[1]，而且根本就不可能。持“不可能”观点的例子是 ***Steven Weinberg*** 的主张[2]：***QM* 的线性性质是不可更改的，*QM* 的线性性质将是终极真理的一部分**。

第二种观点同样认为现在的 *QM* 是线性的，但却认为必须也可

[1] 钱伯初，《量子力学》，高等教育出版社，2006 年。P.71。

[2] ***S. Weinberg***：《终极理论之梦（***Dreams of a Final Theory***）》，李冰译，湖南科学技术出版社，2007。1985 年 ***Weinberg*** 在英国剑桥大学举行的纪念 ***Dirac*** 逝世一周年报告会上的讲演《物理学的最终定律》。第一推动从书，第三集，李培廉译，湖南科学技术出版社，2003 年，P.40。

以推广成非线性理论，建立“非线性 *QM*”，甚至建立“非线性 *QFT*”。这样才能解决由于 *QT* 线性性质所带来的现存困难。另外，还有不少人将（量子态叠加原理导出的）*non-cloning* 定理说成是 *QT* 线性性质的直接结果，等等。

最后，关于 *QM* 是否为线性问题还有第三种观点——别树一帜的混乱：文献 [3] 提出将“*Schrodinger* 方程线性化”——将方程中动能算符求导次数一次幂化，居然由不含自旋的 *Schrodinger* 方程”导”出 $\frac{1}{2}$ 自旋的 *Pauli* 方程。其内容引在下面第 *V* 节，分析见第 *VIII* 节。

下面两节叙述表明，第一和第二两种观点是对 *QM* 的严重而片面的误解。产生误解的根源在于，仅仅从 *QM* 这个低能端局部角度观察，未能从整个 *QT* 出发作全面综合考量。应当指明，虽然通常的 *Schrodinger* 方程是线性形式，态叠加原理又明确主张量子态是线性叠加，但这些都不足以判定 *QM* 是个线性理论，更不足以判定整个 *QT* 是线性理论。

其实，整个 *QT* 从来就是高度非线性的理论，根本无须再刻意强调将其发展为非线性的。*QT* 的困难也并非 *QM* 线性性质造成的。

至于第三种观点，应当说只是一个明显误解导致的明显错误。

III，误解之一 ——量子力学线性性质的终极性，不可能建立非线性量子力学？！

Steven Weinberg在他的《终极理论之梦》书（节录见[附录**A**]）中明确指出：经过研究，我提出了对量子力学修正的微小非线性理论。

---

[3] *W.Greiner*, 《*Quantum Mechanics*，*An Introduction*》, *3rd Ed., Springer-Verlag* ，3rd.*Ed.* 1994. P.323 ; 4th.*Ed., Printed in Germany* 2001；世界图书出版公司，2005 年 6 月, P.354。

-----。测量结果发现非线性效应甚至更小。因此，如果说量子力学线性性质只是一种近似的话，那它毕竟是一种很好的近似。

真正令我感到失望的是：这个非线性的量子力学替代物存在着内在的自洽性困难：一方面，我没办法把这个量子力学的非线性形式推广成一个以狭义相对论为基础的理论；另一方面，在我论文[4]发表后，*Geneva*的*N.Gisin*和我*Texas*大学同事*Joseph Polchinski*都指出，根据*EPR*思辨实验，这一非线性理论可以用来在长距离间瞬时传递信息，但这与狭义相对论相违背[5]。

至少在目前，我已经放弃了我的非线性理论[6]。原因很简单，由于我不知道如何对量子力学作一点小改动而不将其彻底毁掉。不仅仅是对非线性的精确验证的失败，而且是寻找另一种可行的量子力学新理论的失败，使我相信：对量子力学的任何修改都会导致逻辑上荒谬的后果。如果确是这样的话，量子力学将是物理学中永恒的一部分。就是说，量子力学不是深层次理论的一种近似，即不像 *Newton* 引力理论只是 *Einstein* 的广义相对论的一个近似那样，而是像终极理论那样具有精确成立的特征。

IV，误解之二——量子理论是线性理论，必须并可以建立非线性量子理论？！

有作者著书主张：目前的量子力学是线性的，所以出现许多困难。

---

[4] 本书作者注：见 ***S. Weinberg, PRL, Vol*.62, 485(1989)**。

[5] 本书作者注：见 ***N.Gisin, PLA, Vol*. 143, 1(1990); *J. Polchinski, PRL, Vol*. 66, 397(1991)**。另外，***Peres*** 指出，非线性量子力学的孤立系熵将减少：***A. Peres, PRL, Vol*.63, 1114(1989)**。

[6] 本书作者注：见 ***Weinberg*** 在这本书中表达的观点以及 ***Weinberg Replies, PRL, Vol*.63, 1115(1989)**。

有必要、也能够建立起非线性 *QM*，乃至建立起非线性 *QFT*。正如同线性的“弹性力学”应当发展到非线性的“弹塑性与断裂力学”那样自然。

这种观点是另一种误会。误会来源于两件事实：**其一**，***QM*** 中常见的基本方程 ***Schrodinger*** 方程的确是个线性微分方程；**其二**，通常简述的“态叠加原理”确实主张线性叠加。于是，线性基本方程和线性叠加量子态，两者结合起来确实能够给人以“量子力学是线性的”错觉，并且还会产生“非此不可”的感觉。

对这两条理由的详细分析见下面第 ***VI*** 节和第 ***VII*** 节。

V，误解之三——*Schrodinger* 方程“线性化”“导出” *Pauli* 方程?!

第三种观点是别树一帜的另类混乱，来自脚注 **3** 文献。它误解微分方程“线性化”的含义、无视相对论与非相对论的包容关系、曲解 ***Newton*** 力学的时空观，从而导致一些不正确的结果，包括无中生有地造出个自旋新来源。

首先摘录此书第 **13** 章第 **1** 节部分内容，然后在 ***VIII*** 节分析评论。

《***The Linearization of the Schrodinger Equation***》

$$\hat{S}\psi=0,\quad \hat{S}=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{2m}\Delta \quad\Longrightarrow\quad \begin{cases}\left(\hat{A}\hat{E}+\hat{\vec{B}}\cdot\hat{\vec{P}}+\hat{C}\right)\psi=0\\ \hat{E}=i\hbar\dfrac{\partial}{\partial t},\quad \hat{\vec{P}}=-i\hbar\nabla\end{cases}$$

“We speak of   above equation as the linearized Schrodinger equation. To again yield the Schrodinger equation，i.e.,

$$\left(\hat{A}'\hat{E}+\vec{\hat{B}}'\cdot\vec{\hat{P}}+\hat{C}'\right)\left(\hat{A}\hat{E}+\vec{\hat{B}}\cdot\vec{\hat{P}}+\hat{C}\right)\psi=0$$

All operators of $\hat{A},\hat{B}_1,\hat{B}_2,\hat{B}_3$ ***define an algebra, which is known as Clifford algebra. …。Directly enter the Dirac representation of these matrices and decompose*** ψ ***into two spinors with two components。”***

考虑和外电磁场耦合，作者说明：***“the lower component*** χ ***contains redundant information and is not valid in general。…。”***

于是，作者错误地宣称：

“Thus a completely nonrelativistic linearized theory predicts the correct intrinsic magnetic moment of a spin- $1/2$ ***particle。”***

“In contrast to this, almost all textbooks falsely claim that the anomalous magnetic moment is due to relativistic properties。The existence of spin is therefore not a relativistic effect, as is often asserted, but is a consequence of the linearization of the wave equations。”

应当说，从该书前后文（以及作者在别处行文）来看，这些叙述是作者深思熟虑、多次强调的重要观点，并非一时偶发的思绪。

VI, 相互作用必定导致 *QT* 非线性！

针对第 ***III***、***IV*** 两节两种线性观点，本节和下节给以详细分析。

应当说，***Weinberg*** 的观点无视 ***QM*** 仅仅是 ***QT*** 在低能端的近似理论，无视 ***QT*** 的非线性本质，无视 ***QM*** 中早已存在对相互作用的非线性处理，无视早已存在针对多体问题的各种非线性等效理论，无视 ***QM*** 只是“可道之道”而将其说成是终极真理！

至于第 ***IV*** 节观点的两件事实都只是局部的和表面的，不能根据

它们作出 **QT** 是线性的结论。这种误会不但无视现在的 **QFT** 本来就是高度的非线性理论，更无视现在 **QM** 的诸多非线性的内在禀性。

事实上，正确观点应当是：**人们现在看到的 *QM* 只是“低能近似”和“外场近似”——线性化近似的结果。就整体而言，*QT* 本质上是高度非线性的理论。**根据如下：

其一，（不论是相对论量子场论，还是考虑到粒子间相互作用的非相对论量子力学）***QT* 基本运动方程组总是非线性的。**例如，最简单的**旋量 *QED*，其基本方程组就是非线性的，**

$$\begin{cases}\left(\gamma_\mu\partial_\mu+\frac{mc}{\hbar}\right)\psi=\frac{ie}{\hbar c}\gamma_\mu\psi A_\mu; \quad \partial_\mu A_\mu=0\\ \Box A_\mu=-ie\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\end{cases}$$

这里，无论 *Maxwell* 场还是 *Dirac* 场，右边的源项都是两个量子场场算符的定域乘积！方程组是相互耦合着的、非线性的。

其二，旋量 *QED* 的量子化基本规则也是非线性（非齐次二次型）的。具体说，这时场算符的等时对易规则是一组非齐次二次型方程组：

$$\begin{cases}\left\{\psi_\alpha(\vec{x}t),\psi_\beta^+(\vec{x}'t)\right\}=\delta_{\alpha\beta}\delta(\vec{x}-\vec{x}'); \quad \left[A_\mu(\vec{x}t),\dot{A}_\nu(\vec{x}'t)\right]=i\hbar\delta_{\mu\nu}\delta(\vec{x}-\vec{x}')\\ \left\{\psi_\alpha(\vec{x}t),\psi_\beta(\vec{x}'t)\right\}=\left\{\psi_\alpha^+(\vec{x}t),\psi_\beta^+(\vec{x}'t)\right\}=0\\ \left[A_\mu(\vec{x}t),A_\nu(\vec{x}'t)\right]=\left[\dot{A}_\mu(\vec{x}t),\dot{A}_\nu(\vec{x}'t)\right]=0\\ \left[\psi_\alpha(\vec{x}t),A_\mu(\vec{x}'t)\right]=\cdots=\left[\psi_\alpha^+(\vec{x}t),\dot{A}_\mu(\vec{x}'t)\right]=0\end{cases}$$

其三，高能区的 *QT* 明确表示，任何相互作用过程必定都是非线性的。比如，各阶 *Feynman* 图中每个相互作用顶点都依赖于至少三个场算符的定域乘积，以体现非线性效应结果。特别是，只有在相互作用过程中才会导致新旧粒子间的转化。任何线性过程是不可能实现这

种转化的！（甚至，目前人们对这类粒子转化过程的了解也只是唯象性质的，并没有真正弄明白究竟是如何转化的。）例如，对于下面简单的电子对湮灭过程，

$$e+e^{+}\rightarrow\gamma+\gamma$$

人们无法想象如何将初态 *Dirac* 方程解经过任何线性（！）叠加而能成为终态 *Maxwell* 方程解！显然，粒子转化过程是高度非线性的！并且完全超出了全部经典理论的框架！但唯象性质的计算这些非线性过程却正是 *QT* 的特长。

其四，只是对 *QT* 采用了"低能近似"、"外场近似"和"点电荷近似"之后，转入非相对论量子力学这一低能端的 *Schrodinger* 方程，示人以线性理论的面貌。实际上，只要认真考虑粒子间相互作用，即便在 *QM* 范围内也一定是非线性过程！换句话说，本质上是高度非线性的 ***QT***，只当下面两种情况下才简化成为线性理论：**i**，略去相互作用，使理论成为自由粒子的平庸理论；**ii**，采用"低能近似"，并配以"外场近似"和"点电荷近似"，近似处理粒子间的相互作用。其中"低能近似"的主要后果是略去了反粒子的贡献，维持粒子数守恒，使 ***QT*** 成为一个自洽的低能的"力学理论"；而"外场近似"则是将相互作用双方近似处理成为一方在另一方造成的"外场"中运动，使待求波函数不进入相互作用势的表达式。而"点电荷近似"则把本来依赖于待求波函数的电子云分布的 ***Coulomb*** 作用代以点电荷作用，籍以消除含有待求波函数的非线性。所以，**"外场近似"和"点电荷近似"实质上都是将动力学方程线性化——如同 *QM* 常作的那样**。其中，"点电荷近似"主要用于多

电子相互作用系统 ***Schrodinger*** 方程的线性化近似，近似处理多体效应。

以电子在氢原子上 ***Coulomb*** 散射为例说明。***QM*** 近似认定（不计与质子作用的有关近似）：

$$V(\vec{r},t) = -\frac{e^2}{r} + e^2\iint \frac{|\psi_{bound}(\vec{r}',t)|^2 |\psi_{in,\vec{r}}(\vec{r}'',t)|^2}{|\vec{r}'-\vec{r}''|} d\vec{r}' d\vec{r}'' \to$$

$$\to V'_{eff}(\vec{r},t) \approx -\frac{e^2}{r} + e^2\int \frac{|\psi_{bound}(\vec{r}',t)|^2}{|\vec{r}'-\vec{r}|} d\vec{r}'$$

注意，从 $V(\vec{r},t) \to V'_{eff}(\vec{r})$ 时，积分号下对入射电子密度（正是待求波函数的模平方）作了点电荷近似 $\psi_{in,\vec{r}}(\vec{r}'',t) \to \delta(\vec{r}-\vec{r}'')$。于是，表面上看，散射方程就这样成为了线性的。但求解还是困难，因为束缚电子的波函数随时间变化着（实际是和入射电子相互影响着）。所以接着设定，氢原子内束缚电子电荷分布在散射全过程中不随时间变形（即，不考虑束缚电子的激发和电离）。这样才能令束缚电子密度 $|\psi_{bound}(\vec{r}',t)|^2 \approx |\psi_{100}(\vec{r}')|^2$，成为不随时间变化的已知函数。就这样，人们构筑了氢原子对入射电子的"**有效而稳定的外场**"——"**外场近似**"：

$$V'_{eff}(\vec{r},t) \to V_{eff}(\vec{r}) \approx -\frac{e^2}{r} + e^2\int \frac{|\psi_{100}(\vec{r}')|^2}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}'$$

Hamiltonian 中位势 V_{eff} 成为只含 $\vec{r}$ 的已知函数，散射方程近似成为不含时的线性方程，容易近似计算了。显然，这只当入射电子能量不高、瞄准距离不小时才正确。

假如入射电子能量提高，就不再能够按上面这样处理，而必需考虑相互作用对双方的影响。多道散射 *QT* 已经预先为此构造好了相应的理论计算框架：将入射电子和氢原子双方三体一并归入渐近自由初态

$\left|\vec{k}_{H=(e,p)},\vec{k}_e\right\rangle$，按照散射终态类型，区分为弹性散射、氢原子激发、氢原子电离等不同过程，分别计算矩阵元

$$\left\langle\vec{k}'_{H=(e,p)},\vec{k}'_e\left|S\right|\vec{k}_{H=(e,p)},\vec{k}_e\right\rangle,\ \left\langle\vec{k}'_{H^*},\vec{k}'_e\left|S\right|\vec{k}_{H=(e,p)},\vec{k}_e\right\rangle,\ \left\langle\vec{k}'_p,\vec{k}'_e,\vec{k}''_e\left|S\right|\vec{k}_{H=(e,p)},\vec{k}_e\right\rangle$$

通常是将 S 矩阵按所含相互作用 H_i 的幂次展开，逐级近似计算。这种计算显然考虑了双方三体的各阶相互影响、相互反馈。正由于散射中存在各种幂次的相互作用，最后的因果关系必定是非线性的！并导致弹性散射和非弹性散射（激发或电离）等各种结果。

总之，即便对复合粒子重组反应，更不必说粒子种类转化，认真考虑相互作用，过程都是非线性的！

其五，涉及多体相互作用问题时，*QT* 经常构建起各种自洽场近似和各种等效理论，用以代替简单粗糙的外场近似。这使 *QT* 甚至 *QM* 中都和谐地容纳了许多成功的非线性唯象模型。例如 ***Ginzburg-Landau*** 方程

$$\frac{1}{2m^*}\left(-i\hbar\nabla-\frac{e^*}{c}\vec{A}(\vec{x})\right)^2\psi(\vec{x})+\alpha\psi(\vec{x})+\beta\left|\psi(\vec{x})\right|^2\psi(\vec{x})=0$$

以及 ***Gross-Pitaevski*** 方程

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi+V(\vec{x})\psi+\frac{4a\pi\hbar^2}{m}|\psi|^2\psi$$

再例如，在 ***Bose-Einstein*** 凝聚体中考虑到存在分子凝聚体组分时，描述这种二元凝聚体动力学，有如下量子场耦合非线性联立方程组：

$$\begin{cases} i\hbar\dot{\hat{\psi}}_a=-\dfrac{\hbar^2}{2M}\Delta\hat{\psi}_a+\lambda_a\hat{\psi}_a^+\hat{\psi}_a\hat{\psi}_a+\lambda\hat{\psi}_m^+\hat{\psi}_m\hat{\psi}_a+\sqrt{2}\alpha\hat{\psi}_m\hat{\psi}_a^+ \\ i\hbar\dot{\hat{\psi}}_m=-\dfrac{\hbar^2}{4M}\Delta\hat{\psi}_m+\varepsilon\hat{\psi}_m+\lambda_m\hat{\psi}_m^+\hat{\psi}_m\hat{\psi}_m+\lambda\hat{\psi}_a^+\hat{\psi}_a\hat{\psi}_m+\dfrac{\alpha}{\sqrt{2}}\hat{\psi}_a^+\hat{\psi}_a^+ \end{cases}$$

这里，原子和分子两个场算符满足的对易关系为

$$\left[\hat{\psi}_i^+(\vec{r},t),\hat{\psi}_j(\vec{x},t)\right]=\delta_{i,j}\delta(\vec{r}-\vec{x}),\quad \left[\hat{\psi}_i(\vec{r},t),\hat{\psi}_j(\vec{r},t)\right]=0\ (i,j=a,m)$$

如此等等。这些方程中的非线性项代表凝聚体物质粒子间的相互作用。

VII，关于 QT 的 “渐进自由态空间的量子态叠加原理”

“态叠加原理”的全名是“渐近自由状态空间量子态线性叠加原理”。“渐进自由”的意思是（所考虑的）相互作用绝热缓慢地消失（或是原本就不存在）。原理主张“自由”粒子的态矢集合是线性集合。注意，这里的“自由”不是绝对的——实验上观察不到绝对自由（裸）的粒子，而只是相对的——只当粒子彼此间不存在所考虑的相互作用，就这个意义而言，它们彼此是“自由”的。其实它们可以有外场，各自与外场相互作用。态叠加原理是普适的，适合于整个 QT。

关于此原理所主张的线性叠加问题，特别需要澄清两点误会：

第一，注意，QT 全部可观测物理量数据不外乎两类——物理量平均值 $\langle A|\Omega|A\rangle$ 以及所考虑过程的概率 $|\langle B|S|A\rangle|^2$。显然，这两类测量量对态矢的依赖关系都是二次幂形式。于是，虽然渐近自由态矢服从线性叠加，但 QT 的全部实验结果以及（与之对照的）理论计算结果，无论就渐近自由态矢 $|A\rangle$ 或 $|B\rangle$ 而言，依赖关系都是非线性的！所以，（渐近自由）量子态线性叠加原理其实是直接支持全部量子实验和量子理论的非线性性质！

第二，再说，此原理远非主张 QT 中所有状态空间都是线性的！如前所说，就具体物理过程而言，S 矩阵微扰展开中，除一头一尾渐近自由的初态 $|i\rangle$ 和终态 $\langle f|$ 服从叠加原理之外，中间演变过程的全相互作用物理态空间，受各阶相互作用彼此影响，往返反馈，态的演变

是高度非线性的、难于精确描述。尽管计算时，中间插入的各阶渐进自由完备基都服从线性叠加，那也只是用它们作逐阶近似，去逼近非线性演化的结果而已，仿佛用逐段直线的折线去逼近一条曲线。

事实上，S 矩阵展开式（$H_I^i(t)=e^{iH^0t/\hbar}Ve^{-\varepsilon|t|}e^{-iH^0t/\hbar}$），

$$
\begin{aligned}
S=I&+\left(\frac{-i}{\hbar}\right)\int_{-\infty}^{+\infty}d\tau_1H_I^i(\tau_1)+\left(\frac{-i}{\hbar}\right)^2\int_{-\infty}^{+\infty}d\tau_1\int_{-\infty}^{\tau_1}d\tau_2H_I^i(\tau_1)H_I^i(\tau_2)\\
&+\left(\frac{-i}{\hbar}\right)^3\int_{-\infty}^{+\infty}d\tau_1\int_{-\infty}^{\tau_1}d\tau_2\int_{-\infty}^{\tau_2}d\tau_3H_I^i(\tau_1)H_I^i(\tau_2)H_I^i(\tau_3)+\cdots\cdots
\end{aligned}
$$

对于特定的初末态过程，上式写为矩阵元后将积分积出，即得概率幅 S_{fi} 的量子力学微扰论展开形式 [7]，

$$
\begin{aligned}
\langle f|S|i\rangle=\delta_{fi}-2\pi i\,\delta\left(E_f-E_i\right)\Bigg\{&\langle f|V|i\rangle+\sum_m\frac{\langle f|V|m\rangle\langle m|V|i\rangle}{\left(E_i-E_m+i\varepsilon\right)}\\
&+\sum_{m,n}\frac{\langle f|V|m\rangle\langle m|V|n\rangle\langle n|V|i\rangle}{\left(E_i-E_m+i\varepsilon_1\right)\left(E_i-E_n+i\varepsilon_2\right)}+\cdots\cdots\Bigg\}
\end{aligned}
$$

显然，体现全部相互作用的 S 矩阵包含着所有阶的非线性项！

VIII，无自旋 *Schrodinger* 方程经过所谓“线性化”能够“导出”含 $\hbar/2$ 自旋的 *Pauli* 方程？！

现在分析 V 节的误会。这种将“*Schrodinger* 方程线性化”的叙述错误有五点：

其一，曲解了动力学方程的“线性化”。通常的 *Schrodinger* 方程本来就是线性的，再提将它线性化难以理解。况且，一般地说，微分方程是否为线性的，是指未知函数是否为一次幂而言，并非指微分算符构造必须为一次幂（否则就没有二阶和高阶线性微分方程了）。

---

[7] 张永德，《高等量子力学（下）》，北京：科学出版社, **2009** 年。第 **8** 章。

这里 $\vec{p}^2$ 是线性算符，无需将其所谓“线性化”—— 一次幂化；

其二，颠倒了相对论与非相对论的包容关系。按照通常的物理逻辑，应当从相对论 ***Dirac*** 方程出发，作非相对论一阶近似得到含自旋的 ***Pauli*** 方程，如果再粗糙些作零阶近似，就只能得到无自旋的 ***Schrodinger*** 方程。**所以 *Schrodinger* 方程彻底忽略了 *Dirac* 方程中的 γ_μ 矩阵旋量结构，原则上完全不包含电子自旋效应。**仿佛是“倒洗澡水时已经将小孩倒掉了”（所以后来考虑自旋效应实验事实，不得不以外加形式将自旋请回来，成为 ***Pauli*** 方程）。既然 ***Schrodinger*** 方程是个“空盆”，怎么可能从空盆中匪夷所思地导出个“小孩”来?！这多么古怪！

其三，如果 *Schrodinger* 方程原先描述的是 *Boson*，照此处理，势必仍然得出 $\hbar/2$ 自旋。这很荒谬。这又仿佛是，这个空盆本来男孩女孩都能躺的，但却发现躺的必须是“男孩”（***fermion***），不能躺“女孩”（***boson***）。又一个多么古怪！

第四，确实不能武断地说自旋绝对来源于相对论性效应，因为目前还并不彻底清楚电子自旋的物理根源。**但其磁矩以及与自旋相关的效应（比如旋轨耦合）的量级是相对论性的。**这从计算和估值都可以证实。

其五，最后应当指出，整个推导错误的根源在于，**在不合适的地方问了一个不合适的问题：已知 *Schrodinger* 方程的空间坐标是二阶导数而时间是一阶导数，为什么 *Schrodinger* 方程的时空坐标不对等?**于是，为了这个“对等”而错误地让“***Schrodinger*** 方程线性化”，将所

谓“非线性”的二阶空间导数降为一阶。其实，**在非相对论方程服从 *Galileo* 变换不变性下，没有任何物理根据（不像相对论方程服从 *Lorentz* 变换时所要求的那样）要求时空坐标必须处于同等的地位！**

历史上，***Dirac*** 清澈曼妙地从 ***Klien-Gordon*** 方程导出包含 **1/2** 自旋的 ***Dirac*** 方程。而作者误读误用了这个过程，导致现在的错误。这种错误是物理逻辑和数学概念的双重混乱。

IX, *QT* 困难并不来源于“*QT* 的线性性质”！

QT 确实存在不少根本性的困难。主要表现在以下 **9** 个方面：

1，**或然性的根源是什么？有根源吗?**

2，**非定域性意味着什么？**

3，**怎样理解量子测量过程的物理特征？**

4，***Feynman* 公设与相对论性定域因果律是否兼容?**

5，**无穷自由度系统计算中，处理发散的根本出路在哪里?**

6，**真空到底是什么？**

7，**时间究竟是什么？**

8，**如何导出 *SM* 十多个输入参数，从而摆脱模型及唯象性质?**

9，**有终极理论吗？它们能为人类所掌握吗?**

显然，这些困难中没有哪一个来自 **“*QT* 的线性性质”**，而是基于人们现在还不知道的深邃原因。***QT*** 的情况完全不同于经典力学中的弹性力学和弹塑性断裂力学那样简单明了的承继关系。

总之，除了自由粒子平庸理论外，*QT* 是一个高度非线性的理论。只是在“低能近似”、“外场近似”、“点电荷近似”下，*QT* 才简化成

为通常看到的 *QM*，即 *Schrodinger* 方程所描述的线性理论（即便此时，在多体问题中也和谐地包容了许多非线性等效理论）。尽管 *QT* 的渐近自由状态空间，由于不存在所考虑的相互作用，确实遵守态叠加原理，是线性空间。其实，渐近自由状态空间的线性性质根本不会导致 *QT* 计算和实验测量的线性性质。